



تست ۱  
با استفاده از تغییر متغیر زیر اشکال را ساده نموده و سیری سبب می‌کنیم.

$$\begin{cases} \sec x + \tan x = t^r \\ (\sec x \tan x + \sec^2 x) dx = r t dt \Rightarrow \sec x (\tan x + \sec x) dx = r t dt \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \int_{t=1}^{t=\sqrt{1+\sqrt{2}}} \sqrt{t^r} \left( \frac{r t}{t^r} \right) dt = r \int_1^{\sqrt{1+\sqrt{2}}} dt = r (\sqrt{1+\sqrt{2}} - 1)$$

تست ۲  
همان  $\sec^3 x$  است که اشکال آن را به این شکل می‌نویسیم.

$$\int \sec^3 x dx = \frac{1}{r} (\ln |\sec x + \tan x| + \sec x \tan x)$$

$$\Rightarrow I = \int_1^{\sqrt{1+\sqrt{2}}} \sec^3 x dx = \frac{1}{r} \left( (\ln |\sec \pi_1 + \tan \pi_1| + \sec \pi_1 \tan \pi_1) - (\ln (1+0) + 0) \right)$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{r} \left( \ln \left( \frac{r}{\sqrt{r}} + \frac{1}{\sqrt{r}} \right) + \frac{r}{\sqrt{r}} \times \frac{1}{\sqrt{r}} \right) = \frac{1}{r} \left( \ln \sqrt{r} + \frac{r}{r} \right)$$

تست ۳  
از تفسیر آخر صورت و خارج بر  $\cos^2 x$  به عمل این اشکال گوئی شدات استفاده می‌کنیم.

$$I = \int \frac{\sec^2 x}{\underbrace{r \sec^2 x - \tan^2 x}_{(1+\tan^2 x)}} dx = \int \frac{\sec^2 x}{r + \tan^2 x} dx$$

حل به این روش: تغییر متغیر  $u = \tan x$  داریم:

$$I = \int \frac{du}{r + u^2} = \frac{1}{\sqrt{r}} \tan^{-1} \left( \frac{u}{\sqrt{r}} \right) = \frac{1}{\sqrt{r}} \tan^{-1} \left( \frac{\tan x}{\sqrt{r}} \right)$$

بانتخاب تغییر متغیر  $x = t^r$  داریم:  $\frac{r - \sqrt{r}}{r}$

$$\begin{cases} x = t^r \\ dx = r t^{r-1} dt \end{cases} \Rightarrow I = \int \frac{r t^{\omega} dt}{\underbrace{t^r + r t^r}_{t^r(t+r)}} = r \int \frac{t^{r+\omega-r}}{t+r} dt \quad (P)$$

مثال ۱  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{t+1}} dt$   $r=1, \omega=1/2$

$$\int_0^1 \left( (t^1 + 1 - 1t) - \frac{1}{t+1} \right) dt = \int_0^1 \left( \frac{t^1}{1} + 1t - t^1 - \frac{1}{t+1} \right) dt$$

$t = \sqrt{x}$   $\int \left( \frac{\sqrt{x}}{1} + 1\sqrt{x} - \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) dx$

$$\Rightarrow I = 1\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{x} + 1\frac{2}{3}\sqrt{x} - \ln|\sqrt{x}+1| + C$$

استفاده از  $\cos x = \frac{1-z^r}{1+z^r}$ ،  $dx = \frac{r dz}{1+z^r}$ ،  $z = \tan \frac{x}{r}$ ،  $\frac{\omega - \sqrt{r}}{r}$

$$I = \int_0^1 \frac{\frac{r dz}{1+z^r}}{r + \frac{1-z^r}{1+z^r}} = r \int_0^1 \frac{dz}{r+z^r} = \frac{r}{\sqrt{r}} \tan^{-1} \left( \frac{z}{\sqrt{r}} \right) \Big|_0^1 = \frac{r}{\sqrt{r}} \left( \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{r\sqrt{r}}$$